ESERCIZI DI RIPASSO DI

MATEMATICA

In queste pagine troverai una serie di esercizi di ripasso su argomenti trattati nel corso dei tuoi studi alla scuola media, che potranno aiutarti per il test di ingresso e che sono una premessa importante per gli argomenti che verranno comunque ripresi e approfonditi nel primo periodo dell'anno scolastico.

Alcuni esercizi sono preceduti da una sintetica introduzione teorica e da esempi esplicativi per chi non ricordasse il modo di procedere; altri, invece, non hanno richiami teorici, ma li potrai rivedere sui tuoi libri di scuola oppure su qualche sito che ti indicheremo.

Ti consigliamo di non usare la calcolatrice, visto che comunque durante l'anno, in matematica, non ne sarà consentito l'uso per la soluzione degli esercizi proposti.

Per eventuali dubbi o spiegazioni degli argomenti, potrai parlarne con il tuo insegnante nei primi giorni di scuola.

Alcuni degli esercizi e dei problemi proposti sono tratti dai seguenti testi:

Claudio Romeni: ***La fisica di tutti i giorni*** volume 1 – Zanichelli

Leonardo Sasso: **Nuova Matematica a colori** Algebra volume 1 - Petrini

MINIMO COMUNE MULTIPLO E MASSIMO COMUNE DIVISORE

Ricorda la regola per trovare m.c.m. e M.C.D:

Il **minimo comune multiplo** (**mcm**) è il più piccolo multiplo in comune tra 2 o più numeri naturali. Per calcolare il mcm, dopo aver scomposto in fattori primi i numeri, si calcola il prodotto dei fattori primi comuni e non comuni, presi una sola volta, con il massimo esponente.

Il **massimo comune divisore** (**MCD**) è il più grande divisore in comune tra 2 o più numeri naturali. Per calcolare il MCD, dopo aver scomposto in fattori primi i numeri, si calcola il prodotto dei fattori primi comuni , presi una sola volta, con il minimo esponente.

1. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri:

a) 40,72, 112 b) 144,400,576 c) 588,675,720

2. Calcola m.c.m e M.C.D tra le seguenti terne di numeri:

72,216,128

54,117,225

LE POTENZE NELL'INSIEME DEI NUMERI NATURALI

Ricorda che:

$$a^n := \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_{n \text{ volte}}$$

a è un numero naturale e si chiama base della potenza

n è un numero naturale e si chiama esponente

a^n si chiama potenza.

Se n=0 allora dobbiamo porre a≠0 e avremo a^0=1

PROPRIETA'

Prodotto di potenze aventi la stessa base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	**È una potenza avente come base la stessa base e come esponente la somma degli esponenti**
Quoziente tra potenze aventi la stessa base (con a≠0 e m≥n)	$a^m : a^n = a^{m-n}$	**È una potenza avente come base la stessa base e come esponente la differenza degli esponenti**
Potenza di una potenza	$\left(a^m\right)^n = a^{m \cdot n}$	**È una potenza avente come base la stessa base e come esponente il prodotto degli esponenti**
Prodotto tra potenze aventi lo stesso esponente	$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$	**È una potenza che ha come esponente lo stesso esponente e come base il prodotto delle basi**
Quoziente tra potenze aventi lo stesso esponente (con a multiplo di b e b≠0)	$a^m : b^m = (a : b)^m$	**È una potenza che ha come esponente lo stesso esponente e come base il quoziente delle basi**

1. Completare le seguenti uguaglianze:

$3^2 = ...$ $\quad 3^{....} = 1$ $\quad 2^{....} = 32$ $\quad 4^3 = ...$ $\quad ....^3 = 125$ $\quad ....^5 = 0$

2. Dopo aver scomposto ciascuna base delle potenze in fattori primi, scrivi la potenza indicata come prodotto di potenze :

Esempio :

$(24)^5 = \left(2^3 \cdot 3\right)^5 = 2^{15} \cdot 3^5$ si è applicata la proprietà $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$

Ora prova tu:

$(40)^4 \quad (72)^3 \quad (112)^6 \quad (135)^7$

3. Calcola il valore dell'espressione applicando, dove possibile le proprietà delle potenze:

Esempio 1:

$\left[\left(2^{15}:2^{8}\right)\cdot\left(2^{5}\right)^{3}\right]^{2}:2^{7}$ Cerca di suddividere l'espressione in più passi:

1° Passo: calcola $\left(2^{15}:2^{8}\right)=2^{15-8}=2^{7}$ (si applica la proprietà del quoziente tra due potenze aventi la stessa base);

2° Passo: calcola $\left(2^{5}\right)^{3}=2^{5\cdot3}=2^{15}$ (si applica la proprietà della potenza di potenza)

3° Passo: calcola il prodotto tra le due potenze trovate al passo 1 e 2 $2^{7}\cdot2^{15}=2^{22}$ (si applica la proprietà del prodotto tra due potenze aventi la stessa base). Quello trovato è il risultato dell'espressione dentro la parentesi quadra.

4° Passo: calcola $\left[2^{22}\right]^{2}=2^{44}$ (si applica la proprietà della potenza di potenza)

5° Passo: calcola $2^{44}:2^{7}=2^{44-7}=2^{37}$ (si applica la proprietà del quoziente tra due potenze aventi la stessa base). In questo caso il risultato si lascia espresso sotto forma di potenza.

Ora prova tu:

$2^{8}\cdot\left(2^{5}\right)^{3}:2^{20}$

$3^{4}\cdot\left(3\cdot3^{6}\right)^{4}:\left(3^{5}\right)^{6}$

Esempio 2:

$\left[\left(2^{3}\cdot3^{3}\right)^{2}\cdot\left(24^{5}:4^{5}\right)^{2}:\left(18^{3}:3^{3}\right)^{5}\right]^{2}$ Cerca di suddividere l'espressione in più passi:

1° Passo: calcola $\left(2^{3}\cdot3^{3}\right)=\left(2\cdot3\right)^{3}=6^{3}$ (si applica la proprietà del prodotto tra due potenze aventi lo stesso esponente);

2° Passo: calcola $\left(24^{5}:4^{5}\right)=\left(24:4\right)^{5}=6^{5}$ (si applica la proprietà del quoziente tra potenze aventi lo stesso esponente);

3° Passo: calcola $\left(18^{3}:3^{3}\right)=\left(18:3\right)^{3}=6^{3}$ (si applica la proprietà del quoziente tra due potenze aventi la stessa base);

4° Passo: calcola $\left(6^3\right)^2 = 6^6$, $\left(6^5\right)^2 = 6^{10}$, $\left(6^3\right)^5 = 6^{15}$ (si applica la proprietà della potenza di potenza);

5° Passo: calcola il prodotto e il successivo quoziente all'interno della parentesi quadra ed eleva infine al quadrato utilizzando i risultati al passo 4:

$\left[6^6 \cdot 6^{10} : 6^{15}\right]^2 = \left(6^{6+10-15}\right)^2 = (6)^2 = 36$.

Ora prova tu:

$$\left[\left(18^4 : 9^4\right)^3 \cdot \left(50^3 : 25^3\right)^6 : \left(2^3 \cdot 2^7\right)^3 \cdot \left(2^3 \cdot 2^0\right)\right]^2.$$

$$\left[\left(12^3 \cdot 12^4\right)^2 \cdot \left(48^6 : 4^6\right)^3 : \left(12^{12} : 12^8 \cdot 12^4\right)^4\right]^5.$$

$\left(81^3 \cdot 9^2 : 3\right)^2 : \left(3^7\right)^3$ Attenzione! Sia le basi che gli esponenti sono diversi.

LE FRAZIONI

1. Trasformare in scrittura decimale le seguenti frazioni:

$\frac{3}{4} = ...$ $\frac{8}{5} = ...$ $\frac{1}{5} = ...$ $\frac{15}{40} = ...$

2. Trasformare i seguenti numeri decimali in frazione:

1,23=.......... $0{,}75 = ...$ $0{,}\overline{3} = ...$ $7{,}005 = ...$

3. Confronta le seguenti coppie di numeri, inserendo il simbolo "<" (minore) o" >" (maggiore) al posto dei puntini:

a) $\frac{3}{4} ..... \frac{5}{6}$ b) $\frac{7}{5} ..... \frac{9}{7}$ c) $0{,}56 ..... \frac{5}{6}$ d) $\frac{1}{4} ..... \frac{1}{6}$

4. Calcolare:

$\frac{3}{4} + 2 = ...$ $\frac{1}{2} : 5 = ...$ $\frac{1}{2} : 0 = ...$ $0 : 0 = ...$ $0 : \frac{3}{5} = ...$

$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = ...$ $\left(\frac{4}{5}\right)^3 = ...$

5. Calcolare il valore delle espressioni ricordando che:

- Si deve osservare con attenzione tutta l'espressione decidendo quali operazioni eseguire prima: è importante controllare se ci sono operazioni in cui applicare le proprietà delle potenze
- Se esistono delle parentesi, prima si eseguono le operazioni dentro le parentesi tonde, poi nelle quadre e infine nelle graffe.
- Tra le varie operazioni hanno la precedenza l'elevamento a potenza, il prodotto ed il quoziente e per ultime somme e sottrazioni.

a) $\left[\left(1+\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)^2-\left(\frac{5}{12}-\frac{1}{3}\right)^2\right]:\left(1+\frac{3}{17}\right)-\frac{1}{2}-\frac{1}{5}$ Ris. 1

b) $\left\{\left[\left(\frac{2}{3}\right)^5\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4\right]^2:\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^5+\left(\frac{2}{3}\right)^2+\frac{2}{3}\right\}:\frac{19}{9}$ Ris. $\frac{2}{3}$

c) $(0,\overline{5}-0,5):0,\overline{1}+(0,\overline{4}-0,4):0,2$ Ris. $\frac{13}{18}$

EQUIVALENZE (esercizi utili per fisica)

Per il ripasso puoi utilizzare i tuoi libri delle scuole medie o elementari

1. Completare le seguenti uguaglianze:

$3,6dam = ...dm$	$0,0046km = ...dm$	$7,312km = ...m$
$2,03cm = ...km$	$35,9m = ...km$	$0,00029km = ...cm$
$0,042km^2 = ...dm^2$	$25,05km^2 = ...cm^2$	$0,005cm^2 = ...m^2$
$8,5cm^2 = ...km^2$	$0,007m^2 = ...cm^2$	$43,3m^2 = ...km^2$
$0,27dam^3 = ...dm^3$	$0,00007km^3 = ...cm^3$	$0,02km^3 = ...dm^3$
$2,5cm^3 = ...km^3$	$0,7m^3 = ...dm^3$	$25,5dm^3 = ...m^3$

PROPORZIONI E PERCENTUALI

Nella risoluzione dei problemi con le proporzioni e la percentuale puoi usare la calcolatrice.

Ricorda che una proporzione è un'uguaglianza tra due rapporti:

$$a : b = c : d$$

da cui per la proprietà fondamentale delle proporzioni:

$$b \cdot c = a \cdot d$$

Problemi con le proporzioni.

1. *In 1 litro di acqua dolce sono disciolti circa 0,8 grammi di sale.*

Quanti kilogrammi di sale sono disciolti in una piscina olimpionica riempita con 2500000 litri di acqua dolce? Ricorda che 1 kg = 1000 g

2. *Il rapporto tra il consumo annuo di pasta di un italiano e di un tedesco è circa 5,1. Un tedesco consuma in media ogni anno 5,5 kg di pasta.*

Quanto ne consuma in media un italiano?

Problemi con la percentuale.

Esempio 1.

Calcolare il 40% di 60.

Poiché $40\% = \frac{40}{100} = \frac{2}{5}$ allora il 40% di 60 = $\frac{2}{5} \cdot 60 = 24$.

Esempio 2.

Il prezzo di un capo di abbigliamento è di 120€. Quanto costa il capo dopo che è stato praticato uno sconto del 15%?

Poiché lo sconto è del 15%, il prezzo dopo lo sconto è uguale all'85% del prezzo iniziale.

$85\% = \frac{85}{100} = \frac{17}{20}$

Quindi il prezzo scontato è uguale a $\frac{17}{20} \cdot 120 = 102$ euro.

Esempio 3.

In una scuola di 560 studenti ne sono stati promossi 448. Calcolare la percentuale di studenti promossi sul totale degli studenti.

La percentuale cercata si può esprimere come $\frac{448}{560} = \frac{4}{5}$ ma $\frac{4}{5} = \frac{80}{100}$

Quindi la percentuale di studenti promossi è dell'80%.

Tutti e tre gli esempi precedenti potevano essere risolti utilizzando le proporzioni. Nell'ultimo esempio si poteva procedere così:

Parte percentuale :Totale = Tasso percentuale : 100

$448 : 560 = x : 100$ e quindi $x = \frac{448 \cdot 100}{560}$

Ora prova tu (in questi 3 problemi puoi usare la calcolatrice):

1. *Un autoveicolo viene venduto con uno sconto del 12,5% a 9800€.*

Qual era il suo costo prima dello sconto?

2. *Un tablet costa inizialmente 350€. Dopo un mese il prezzo scende del 10%.Nel mese successivo il prezzo viene aumentato del 10%.*

a) Calcola il prezzo dopo un mese;

b) il prezzo finale.

3. *L'acqua di mare contiene circa il 3,2% di sale disciolto. Quanti kilogrammi d'acqua di mare bisogna fare evaporare per ottenere 1 kg di sale?*

PROPORZIONALITA' DIRETTA E INVERSA (esercizi utili per fisica di classe I)

Per il ripasso puoi utilizzare i tuoi libri delle scuole medie oppure collegarti a:

http://geogebra.altervista.org e scaricare il file PPT su "Proporzionalità diretta e inversa"

1. Considera la seguente tabella:

X	3	4	7	9
Y		52		

Completa in modo che y e x siano direttamente proporzionali.

2. Considera la seguente tabella:

X	0,5	2	4	8
Y			2	

Completa in modo che y e x siano inversamente proporzionali.

3. Traccia il grafico della relazione di proporzionalità diretta: $y = \frac{3}{4}x$

4. Traccia il grafico della relazione di proporzionalità inversa: $y = \frac{3}{x}$

NUMERI INTERI RELATIVI (Z) E NUMERI RAZIONALI (Q)

Per il ripasso riguarda l'argomento sui libri della scuola media. Ricorda comunque che:

a) un numero relativo è un numero preceduto dal segno + o -.

b) il valore assoluto di un numero, che si indica con $|a|$, coincide con il numero stesso se esso è positivo, coincide con il suo opposto se esso è negativo. Perciò ad esempio $|+3| = 3$ e $|-3| = 3$

c) per calcolare la potenza di un numero relativo si calcola la potenza del valore assoluto della base (o più semplicemente del numero privato del segno) e si determina il segno finale secondo questo schema :

- se la base è positiva allora il risultato della potenza sarà positivo;
- se la base è negativa e l'esponente è pari allora il risultato della potenza sarà positivo;
- se la base è negativa e l'esponente è dispari allora il risultato della potenza sarà negativo

Presta molta attenzione al segno di una potenza!

Se non ci sono parentesi, la potenza ha la priorità sul segno – che lo precede.

Esempio :

$-5^2=-(5\cdot 5)=-(5^2)=-25$ cosi si calcola l'opposto del quadrato di 5

$(-5)^2=(-5)\cdot(-5)=+25$ cosi si calcola invece il quadrato di -5

$-(-5)^2=-[(-5)\cdot(-5)]=-25$ cosi si calcola l'opposto del quadrato di (- 5).

$-5^0=-1$ mentre $(-5)^0=+1$

1. Calcola il valore delle seguenti potenze:

$(-3)^4=\dots\dots$ $(+3)^0=\dots\dots$ $(-4)^2=\dots\dots$ $(-2)^5=\dots\dots$ $(-1)^{12}=\dots\dots$ $(-1)^{13}=\dots\dots$

$(-1)^0=\dots\dots$ $(0)^4=\dots\dots$ $-(+3)^4=\dots\dots$ $-(-3)^4=\dots\dots$ $-(-3)^5=\dots\dots$ $-(-3)^5=\dots\dots$

2. Esprimi come unica potenza i seguenti prodotti:

N.B. Nei seguenti esercizi si applicano le proprietà delle potenze aventi la stessa base, già utilizzate con i numeri naturali.

Esempi :

a) $(-7)^5\cdot(-7)^{16}=(-7)^{21}$ Attenzione! La base deve rimanere la stessa ! Sarebbe infatti un errore grave applicare la regola dei segni della moltiplicazione scrivendo $(+7)^{21}$.

b) $\left[(-7)^4\right]^3=(-7)^{12}$

Ora prova tu:

$(+15)^6 \cdot (+15)^{27} = ...$ $(-28)^4 \cdot (-28)^5 = ...$ $(-35)^3 \cdot (-35)^5 = ...$

$(-15)^{36} : (-15)^{27} = ...$ $(-17)^9 : (-17)^7 = ...$ $(-2)^7 : (-2)^2 : (-2)^0 = ...$

$\left[(-2)^5\right]^2 = ...$ $\left[(-3)^3\right]^7 = ...$ $\left[(+2)^5\right]^{15} = ...$

Attenzione a non applicare le proprietà delle potenze ad addizioni e sottrazioni tra due potenze aventi la stessa base o lo stesso esponente:

Esempi:

a) $(-2)^3 + (-2)^2 = -8 + 4 = -4$ e non $(-2)^5 = -32$

b) $(+2)^4 - (+3)^4 = 16 - 81 = -65$ e non $(2-3)^4 = 1$

Ricorda anche che l'espressione:

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right]^2$$

Può essere risolta in due modi diversi. Semplificando all'interno della parentesi quadra ed elevando al quadrato il risultato ottenuto:

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right]^2 = \left(+\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$$

oppure applicando le proprietà della potenza di un prodotto $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

$$\left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)\right]^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{25}{16} = \frac{25}{36}$$

L'espressione:

$$\left[(-1) + \left(+\frac{1}{2}\right) - \left(+\frac{1}{3}\right)\right]^2$$

Può essere risolta in un unico modo: eseguendo le somme algebriche all'interno delle parentesi e poi elevando al quadrato il risultato ottenuto:

Sarebbe un errore grave fare: $(-1)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$ in quanto $(a+b)^n \neq a^n+b^n$

Potenze con esponente intero negativo

Ricorda che :

- $\frac{b}{a}$ è il reciproco di $\frac{a}{b}$
- $a^{-n}=\left(\frac{1}{a}\right)^n=\frac{1}{a^n}$ se a ≠ 0

La potenza con esponente negativo di un numero razionale viene definito come:

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$ con a ≠ 0 e b ≠ 0.

3. Completa opportunamente in modo da ottenere delle uguaglianze:

Esempi

$5^{-3}=\left(\frac{1}{5}\right)^3=\frac{1}{125}$ $\quad$ $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$ $\quad$ $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}=\left(-\frac{5}{2}\right)^3=-\frac{125}{8}$

Ora prova tu:

$2^{-4}=.......$ $\quad$ $10^{-5}=.......$ $\quad$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}=......$ $\quad$ $\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}=.......$

$(.....)^{-3}=-27$ $\quad$ $\left(\frac{......}{10}\right)^{.....}=10000$ $\quad$ $(.....)^{-2}=0{,}0001$

Attenzione : $3\cdot 10^{-4}\neq 30^{-4}$ in quanto il non puoi applicare le proprietà delle potenze, mentre $3^{-4}\cdot 10^{-4}=(3\cdot 10)^{-4}=30^{-4}$.

4. Calcola il valore delle seguenti espressioni utilizzando, dove possibile, le proprietà delle potenze.

a) $\left[2-1:(-2)^2\right]:\frac{7}{2}-\frac{1}{2}$

b) $-12^0 - 12:(5-10:2)+\dfrac{3^2}{2}$

c) $3-\left[\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2\cdot\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3\right]:\left(2-\dfrac{5}{3}\right)^3-\left[(-3)^2\cdot(-3)^5\right]:\left[(-3)^2\right]^3$

SIMILITUDINE NEI TRIANGOLI (argomento importante per Fisica di classe I).

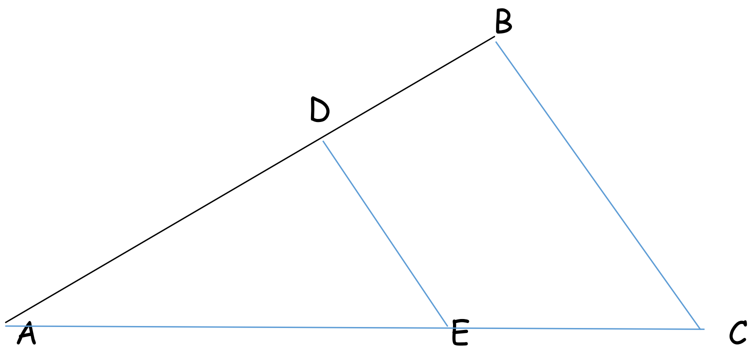
Per un ripasso può essere utile:

http://www.impariamoinsieme.com/criteri-di-similitudine-dei-triangoli
http://www.impariamoinsieme.com/problemi-sui-criteri-di-similitudine-dei-triangoli

Problemi con la similitudine

1. Sapendo che i due triangoli della seguente figura sono simili, in quanto la corda DE è parallela a BC e pertanto vengono a formarsi due triangoli equiangoli (aventi le misure degli angoli coriispondenti congruenti) e sapendo che:

AD= 5 cm , AE= 7 cm, ED = 4 cm, BC = 6 cm



Trovare le lunghezze dei lati mancanti. Ris. (AC=10,5 cm ;AB= 7,5 cm)

EQUAZIONI E FORMULE INVERSE

Per il ripasso puoi utilizzare i tuoi libri delle scuole medie oppure collegarti a:

http://geogebra.altervista.org e scaricare il file PPT su "Equazioni".

1. Risolvi le seguenti equazioni:

a) $x = 20 + \frac{1}{2}x$ b) $t - \frac{1}{3} = 20t$

c) $k - 8 = k(k-1) - k^2$ d) $0 = x + 2(x-1) - 3(2x+7)$

2. Ricava le formule inverse:

Esempio :

Considera la formula $s = v \cdot t$. Esplicitala:

- rispetto a *v;*
- rispetto a *t.*

Per esplicitarla rispetto a v, significa cioè risolverla rispetto alla variabile *v*, dovrai applicare il secondo principio delle equazioni dividendo entrambi i membri dell'equazione per *t*. In questo modo ottieni $\frac{s}{t} = v$ e, dato che ogni uguaglianza può sempre essere letta da destra verso sinistra o da sinistra verso destra (se A = B allora anche B = A), allora l'uguaglianza puoi scriverla come $v = \frac{s}{t}$.

Per esplicitarla rispetto a t, significa cioè risolverla rispetto alla variabile *t,* dovrai applicare il secondo principio delle equazioni dividendo entrambi i membri dell'equazione per *v*. In questo modo ottieni $\frac{s}{v} = t$ e, dato che ogni uguaglianza può sempre essere letta da destra verso sinistra o da sinistra verso destra (se A = B allora anche B = A), allora l'uguaglianza puoi scriverla come $t = \frac{s}{v}$.

Ora prova tu:

a) Considera la formula $Q = m \cdot c \cdot T$. Esplicitala:

- rispetto a *m;*
- rispetto a T.

b) Considera la formula $a = b - c \cdot d$. Esplicitala:

- rispetto a *b;*
- rispetto a *c.*

c) Considera la formula $\frac{3}{4}c \cdot (a - b) = 5d$. Esplicitala:

- rispetto a *c;*
- rispetto a *b;*
- rispetto a *a.*

3. Risolvi il seguente problema impostando un'equazione:

In un rettangolo un lato è il doppio dell'altro e il perimetro è di 42 cm. Determina la lunghezza della base e quella dell'altezza. *(7 cm ; 14cm)*